

0 243458 040000
24-34-58-04
(34.1)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения МОСКВА
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по КОСМОНАВТИКЕ
профиль олимпиады

ПАШКИНА АЛЕКСАНДРА ДЕНИСОВИЧА
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«01» МАРТА 2025 года

Подпись участника

А.Пашкина

Задача 1 93 (Деветисот три)
 Вклад (Владимир В.Е.)
 Д.С. (Смирнов И.В.)

$$\begin{cases} \frac{a+b+c}{3} = -1 \\ \sqrt[3]{abc} = 2 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -4 \end{cases}$$

 $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} a+b+c = -3 \\ abc = 2^3 = 8 \text{ — т.к. кубическая степень.} \\ \frac{3abc}{bc+ac+ab} = -4 \end{cases}$$

$$bc+ac+ab = \frac{3abc}{-4} = \frac{24}{-4} = -6$$

$$ab = \frac{8}{c} \text{ при } c \neq 0, \text{ поэтому:}$$

$$c(a+b) + \frac{8}{c} = -6 \quad | \times c$$

Заметим, что:
 $a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$, т.к.
 $abc \neq 0$.

$$c^2(-3-c) + 8 + bc = 0$$

$$c^3 + 3c^2 - bc - 8 = 0 \quad \checkmark. \text{ Заметим, что } [c=2] \text{ подходит, тогда:}$$

$$\begin{array}{r} c^3 + 3c^2 - bc - 8 \\ - c^3 - 2c^2 \\ \hline 5c^2 - bc - 8 \\ - 5c^2 - 10c \\ \hline -4c - 8 \\ -4c - 8 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} |c-2 \\ \hline c^2 + 5c + 4 \end{array} \Rightarrow c^3 + 3c^2 - bc - 8 = (c-2)(c^2 + 5c + 4) = 0$$

$$c^2 + 5c + 4 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 4 = 9$$

$$c_1 = \frac{-5+3}{2} = [-1]$$

$$c_2 = \frac{-5-3}{2} = [-4]$$

Задача 1 (продолжение)

1) При $c=2$:

$$\begin{cases} a+b=-5 \\ ab=4 \end{cases} \Rightarrow a=-5-b \Rightarrow -5b-b^2=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2+5b+4=0 \Rightarrow b_1=-1; b_2=-4.$$

$$\text{При } b_1=-1: a=-4; \text{ при } b_2=-4: a=-1.$$

2) При $c=-1$:

$$\begin{cases} a+b=-2 \\ ab=-8 \end{cases} \Rightarrow a=-2-b \Rightarrow -2b-b^2=-8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2+2b-8=0 \Rightarrow b_1=2; b_2=-4.$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$a=-4 \quad a=2$$

3) При $c=-4$:

$$\begin{cases} a+b=1 \\ ab=-2 \end{cases} \Rightarrow a=1-b \Rightarrow b-b^2=-2 \Rightarrow b^2-b-2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_1=2; b_2=-1.$$

$$\Downarrow \quad \Downarrow$$

$$a=-1 \quad a=2.$$

Таким образом возможны все тройки $\{a; b; c\}$, образованные перестановками чисел $\{-4; -1; 2\}$.

Ответ: $\{-4; -1; 2\}; \{-4; 2; -1\}; \{-1; 2; -4\};$
 $\{-1; -4; 2\}; \{2; -1; -4\}; \{2; -4; -1\}.$

Все вершины

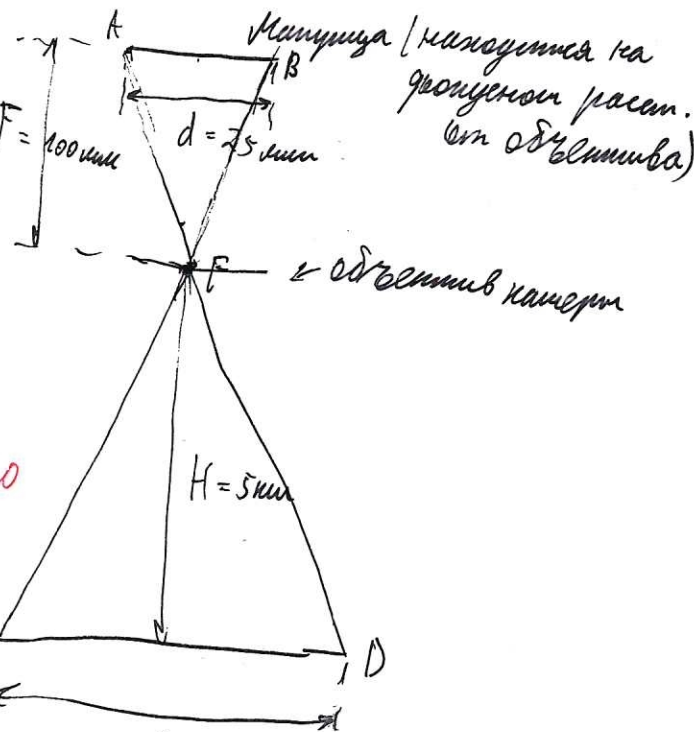
Задача 3

Из подобия $\triangle ABF \sim \triangle CDF$:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{F}{H} = \frac{d}{l}$$

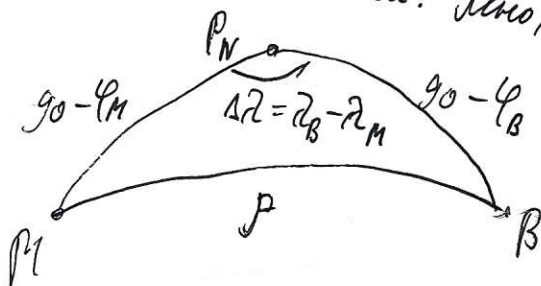
$$l = d \cdot \frac{H}{F} = 1250 \text{ (м)}$$

Верно



✗
Теперь найдём длину
пути сигнала.

Оценим его как кратчайшее расстояние от Москвы до
Владивостока, то есть расстояние по дуге большого круга с
центром в центре Земли. Ясно, что длина пути М.В. и



больше, поэтому это
будет оценкой на
min расстояния.

По сферической теореме косинусов:

$$\cos R = \cos(90 - \varphi_M) \cos(90 - \varphi_V) + \sin(90 - \varphi_M) \sin(90 - \varphi_V) \cos(\alpha_V - \alpha_M)$$

$$\Rightarrow R \approx 57.68^\circ \Rightarrow L = \frac{R}{360} \cdot 2\pi R_{\oplus} \approx 8420.76 \text{ (км)}$$

$$N_{\min} = \frac{L}{l} \approx 5136.6 = 5136 \text{ (снимков)}$$

Ответ: $N \geq 5136$ снимков.

Верно

Задача 4

По III Закону Кеплера:

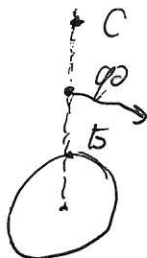
$$r = \sqrt[3]{\frac{GM_m T^2}{4\pi^2}}$$

- радиус орбиты некоторого небесного тела, обращающегося с периодом T вокруг Марса.

Если $T = T_m$, то $r_a \approx 20483,56 \text{ (км)}$ - радиус пресекания орбиты.

$r_{\phi} < r_a < r_m \Rightarrow$ такое событие возможно,

но только с Родосом. Родос будет представлять собой мост между туникой и базой на Марсе до тех пор, пока будет находиться на отрезке между ними.



Относительно базы Родос будет двигаться по окружности с угловой скоростью $S = \frac{1}{\frac{1}{T_{\phi}} - \frac{1}{T_m}}$, где

T_{ϕ} по III Закону Кеплера $\approx 7,639$ часов

$S \approx 11,0738 \text{ (часов)}$ (Родос движется синхронизованно с вращением Марса вокруг своей оси)

По III Закону Кеплера: $T_{\phi} = T_m \cdot \left(\frac{r_{\phi}}{r_a}\right)^{\frac{3}{2}} \approx 7,6385 \text{ (ч)}$

$V_{\phi} = \frac{2\pi r_{\phi}}{T_{\phi}} \approx 2142,576 \text{ (м/с)}$ - скорость движения Родоса по своей орбите.

Задача 4 (продолжение)

Время, которое проходит свет между Дазой



и спутником проходит - это время, за которое свет проходит свой путь относительно Дазы-спутника.

$$S = \frac{1}{\frac{1}{T_{q0}} - \frac{1}{T_M}} = 11,0736 \text{ (часов)} - \text{суммарный период спутника, то есть период относительно отрезка Дазы - спутник. (отрезок движется туда же, куда и Дазы)}$$

$V_{q0}' = V_{q0} \cdot \frac{T_{q0}}{S} \approx 1478 \text{ (м/с)}$ - скорость Дазы относительно этого отрезка.

$$t_{\text{мин}} = \frac{D_{q0}}{V_{q0}'} \approx 15,02 \text{ (с)}.$$

Ответ: 15,02 с. Верно

Задача 6

Энергия, приходящая на Землю от Солнца:

$$(1-A) \cdot \frac{L_0}{4\pi a^2} \cdot \pi R_\oplus^2, \text{ где } L_0 = \sigma T_c^4 \cdot 4\pi R_c^2 - \text{из закона Стефана-Больцмана.}$$

↑ освещенность на расстоянии a от Солнца. ↑ мощность сечения Земли (Земля вращается с Солнца, как окружность).

Земля переизлучает эту энергию в виде инфракрасного излучения. Будем считать, что она делает это как АЧТ,

тогда:

$$\sigma T_{\text{Зр}}^4 \cdot 4\pi R_\oplus^2 - \text{излучаемая энергия.}$$

Задача 8 (продолжение)

Уравнение теплового баланса:

$$(1-A_3) \cdot \frac{\sigma T_c^4 \cdot 4\pi R_c^2}{4\pi a^2} \cdot \pi R_\oplus^2 = 4\pi R_\oplus^2 \cdot \sigma T_{3p}^4$$

$$T_{3p}^4 = \frac{1-A_3}{4\sigma} \cdot \frac{\sigma T_c^4 \cdot R_c^2}{a^2} \Rightarrow T_{3p} = T_c \cdot \sqrt[4]{\frac{(1-A_3) \cdot R_c^2}{4a^2}} \approx$$

$$\approx 254 (K) = [-19(^{\circ}C)]. \text{ Различие в } 33^{\circ}C.$$

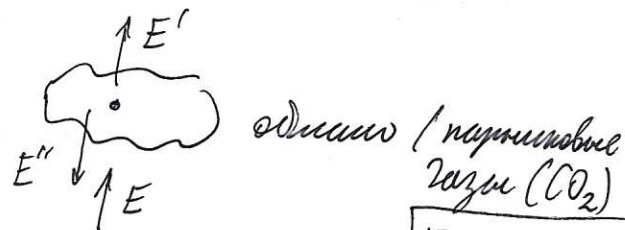
Объяснить это можно тем, что мы не учитывали несколько дополнительных факторов, которые влияют на среднюю температуру на пов-ти Земли:

Во-первых, мы не учли парниковый эффект в атмосфере Земли: облака или частицы пыли, остающиеся после извержений вулканов поглощают излучение Землей тепло и переизлучают его: часть излучения идет обратно и вновь попадает на пов-ть. В результате

Земля не всё тепло излуч.

В космос и её средняя

температура повышается.



пов-ть

Е - излуч. Земли
Е' - излуч. в космос
Е'' - излуч. обратно

Парниковый эффект наблюдается на Венере, только во много раз сильнее: в её толстой атмосфере огромные кол-ва парниковых газов. В результате температура её пов-ти на сотни градусов выше равновесной.

Во-вторых, применяя модель АЧТ не совсем применима для Земли, и это может также занижать оценку для температур её пов-ти.

Задача 5

```

S = input()
a = []
i = 1
k = len(S)
while i <= k:
    for j in range(k - i + 1):
        x = S[j:j+i]
        if ((x != x[::-1]) and (x not in a)):
            a.append(x)
    i += 1
print(len(a))

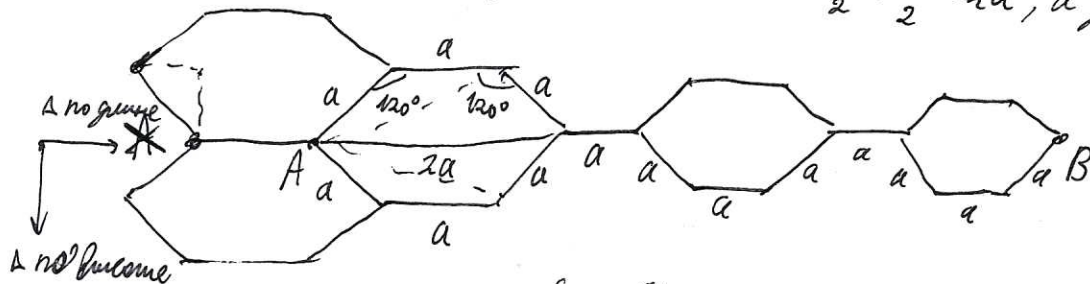
```

РЕШЕНИЕ НА ЯЗЫКЕ Python 3
 # В ЦИКЛЕ for ВЫРАЖЕНИЕ k-i+1

Задача 2

Угол при вершине ^{правильного} треугольника равен $\frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n} = 120^\circ$. В одной узле будут пересекаться $\frac{360}{120} = 3$ треугольника.

Для начала заметим, что у одного треугольника длина внутренней диагонали $= a + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} = 2a$, а длина



высота $= \sqrt{3}a$. (a — сторона)

Задача 2 (продолжение)

Наибольшее отношение для одного треугольника =
 $= \frac{3a}{2a} = \boxed{1,5}$.

По аналогии с 1 треугольником, мы видим, что из-за формы правильного треугольника (имеет длину $2a$ и высоту $\sqrt{3}a$) это отношение будет тем больше, чем меньше будет смещение по высоте при перемещении из точки А в точку В. Исходя из этого

Местами обрезаем, что узлы А и В можно считать тем, что смещение по высоте будет $= 0$.

Длина $AB = (2a+a) \cdot \frac{n}{2}$, где n - кол-во треугольников между А и В, если $n \div 2$.

Длина $AB = \frac{n-1}{2} \cdot 3a + a$, если $n \nmid 2$.

Длина пути $= 4a \cdot \frac{n}{2}$

$AB = 2a \cdot \frac{n+1}{2} + a \cdot \frac{n-1}{2}$, если $n \div 2$ (n - кол-во треугольн. м-у А и В для случая, когда Δ по высоте $= 0$)

$AB = 2a \cdot \frac{n+1}{2} + a \cdot \frac{n-1}{2}$, если $n \nmid 2$

$S = 4a \cdot \frac{n}{2}$, если $n \div 2$ (длина крайнего пути от А до В по линиям сетки)

$S = 3a \cdot \frac{n+1}{2} + a \cdot \frac{n-1}{2}$, если $n \nmid 2$

Если $n \div 2$, то:

$$\frac{S}{AB} = \frac{4a \cdot \frac{n}{2}}{3a \cdot \frac{n}{2}} = \frac{4}{3} \quad (\text{при любых } n \div 2)$$

Задача 2 (продолжение)

Если $n \neq 2$, то:

$$\frac{S}{AB} = \frac{3a \cdot \frac{n+1}{2} + a \cdot \frac{n-1}{2}}{2a \cdot \frac{n+1}{2} + a \cdot \frac{n-1}{2}} = \frac{3(n+1) + n-1}{2(n+1) + n-1} = \frac{4n+2}{3n+1} = f$$

Функция принимает ^{экстремальное} ~~макс~~ значение тогда, когда её производная $= 0$.

$$f' = 0 = \left(\frac{4n+2}{3n+1} \right)' = \frac{(4n+2)' \cdot (3n+1) - (4n+2)(3n+1)'}{(3n+1)^2} = 0$$

всегда > 0 , поэтому:

$$4 \cdot (3n+1) - 3(4n+2) = 0$$

$12n+4 - 12n-6 = -2 \neq 0$. Производная функции $\neq 0$, значит она убывает всегда $\Rightarrow$ её наибольшее значение достигается при $\min n$, то есть при $n=1 \Rightarrow f_{\max} = \frac{4+2}{3+1} = 1,5$.
Значит и для сетки это значение $= 1,5$.

Ответ: 1,5. **ответ верный**

рассмотрен определён тип
фрагментов, оптимальность
не доказана

Примечание: задачи в работе нумеровались в том порядке, в котором они были даны на листе с условием (Слева направо).



Черновик

$S = \text{input}()$

$a = []$

$i = 1$

$k = \text{len}(S)$

while $i \leq k$:

for j in range(~~$\text{len}(S)$~~ ~~$k-i$~~ ~~k~~):

~~$x = S[i:j]$~~

$x = S[j:j+i]$

if ($x == x[::-1]$) and (x ~~not~~ in a):

$i += 1$

$a.append(x)$

print(len(a))

aba

2

0 1

1+1

$i = 3$

1

0

$S[0:1]$

$S[1:2]$

$S[2:3]$

A B C
0 1 2 3

$[0:3]$

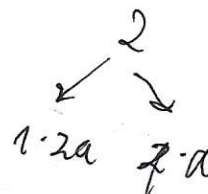
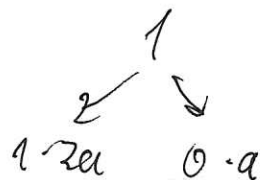
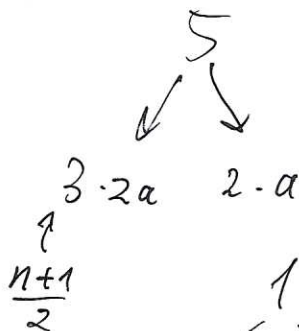
ABC

$[0:6]$

A B C D E F
0 1 2 3 4 5 6

$[0:5]$

$[1:6]$



$2a \cdot 1 + 0 \cdot a$

~~$2a$~~

$\frac{n+1}{2}$

Кривоши

$$\frac{a+b+c}{3} = -1$$

$$a+b+c = -3$$

$$abc = 8$$

$$\frac{bc+ac+ab}{abc} = -4$$

$$\frac{8}{bc+ac+ab} = -4$$

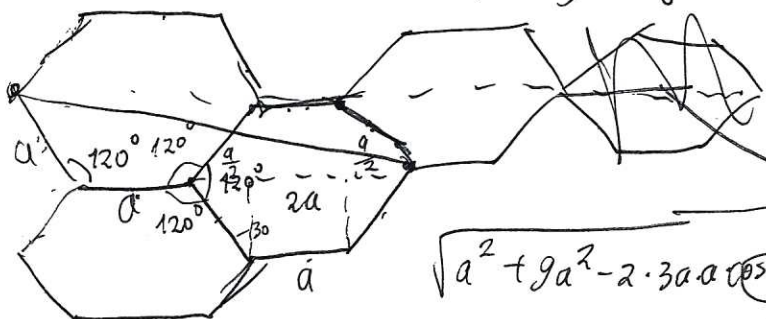
$$a+b = -3-c$$

$$c(-3-c) + ab$$

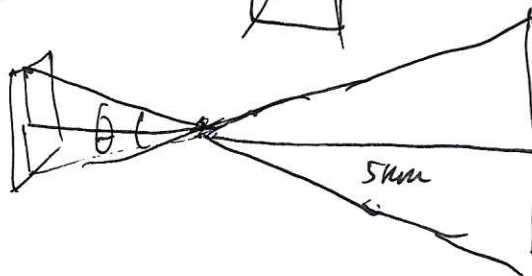
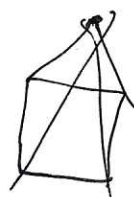
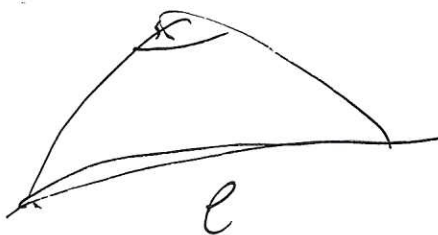
$$\frac{2}{c}$$



$$\begin{matrix} 180^\circ & 360^\circ & 540^\circ & 720^\circ \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix}$$



$$\begin{aligned} &\sqrt{a^2 + 9a^2 - 2 \cdot 3a \cdot a \cos 120^\circ} = \\ &= \sqrt{10a^2 + 3a^2} = \sqrt{13a^2} = \sqrt{13}a \end{aligned}$$



$$\begin{matrix} \overbrace{1, 2, 3} \\ \underbrace{0, 1, 2, 3} \end{matrix}$$